

宝光现象的真实感建模及绘制*

刘世光^{1,2} 王章野^{1**} 官正¹ 王长波³ 彭群生^{1,2}

1. 浙江大学CAD&CG国家重点实验室, 杭州 310027; 2. 浙江大学数学系, 杭州 310027;

3. 同济大学虚拟建筑研究室, 上海 200092

摘要 提出了一种真实感模拟“峨眉宝光”这一现象的新方法。“峨眉宝光”是一种非常奇特瑰丽的自然奇观,在许多佛教圣地可以观察到。宝光现象主要是由于雾中或云中水滴的后向散射引起的。首先基于Mie散射理论,计算得到宝光环的光谱分布。对于宝光现象中的摄身光影,提出了一个新的阴影模型确定其变形后的形状及其模糊效果。考虑到太阳高度角、雾中和云中水滴的大小及分布等因素,精确计算得到了宝光环的形状及颜色。绘制时,采用了路径散射的方法。最后,将实验结果与实拍照片进行了比较,结果令人满意。

关键词 自然现象 真实感图形 宝光 后向散射

自然场景的真实感模拟一直以来都是计算机图形学研究的热点和难点之一。许多自然现象诸如彩虹、闪电、光晕、华、极光、海市蜃楼等,引起了许多计算机图形学者的研究兴趣^[1-8]。但是,奇特瑰丽的“峨眉宝光”现象的真实感模拟工作还不多见。

宝光在佛教上又称为“佛光”,原意指释迦牟尼眉宇间放射出的光芒。事实上,这一现象在许多佛教圣地均可观察到。由于在中国西南部四川省的峨眉山出现频率最多,这一现象被称为“峨眉宝光”。据历史记载,位于中国大西北的敦煌莫高窟的修建与宝光现象有着紧密联系。公元366年的一天傍晚,在中国西北部甘肃省敦煌市附近的一座沙山上,“佛光”的一次偶尔呈现被一个叫乐傅的和尚无意中看到了。看到“佛光”的乐傅当即跪下,并朗声发愿要把他见到“佛光”的地方变成一个令人崇敬的圣洁宝地。受这一理念的感召,经过工匠们千余年断断续续的构筑,终于成就了我们今天看到的这座举世闻名的文化艺术瑰宝——敦煌莫高窟!

宝光实际上是由于云中或雾中水滴的后向散射产生的一种自然现象。只有当太阳光的入射方向、观察

者及具有合适半径的水滴组成云雾体位于一条直线时,这种现象才有可能发生。事实上,宝光中神秘的摄身光影就是观者自身的影子。这一奇观在中国的其他地区也会经常出现,如五台山、黄山、泰山和庐山等。在西方国家,这一现象被称为“布罗肯幽灵”。因为在德国中部哈茨山的布罗肯峰上会经常观察到这一现象^[9]。现在,如果在晴朗天气下乘飞机飞越云层上部,我们不难看到这一奇观,不过这时摄身光影是飞机的影子,而不再是“佛影”。

1 相关工作

为了真实感地模拟大气现象,我们必须考虑大气的散射机制。Nishita等^[10]考虑到大气分子的散射,模拟了太空探视地球的场景。根据大气中粒子的散射和吸收作用,他们计算得到地球、大气及海洋表面的光谱分布。利用查找表技术,他们有效计算了大气层中任意一点的光程及天空光分布。基于上述技术,他们真实感地模拟了太空看到的地球表面陆地、海洋及大气层的场景。为了真实感模拟天空颜色,Nishita等^[11]提出了一种新的基于大气颗

2006-01-27 收稿, 2006-03-13 收修改稿

* 国家重点基础研究发展规划(批准号:2002CB312101)和国家自然科学基金(批准号:60475013)资助项目

** 通讯作者, E-mail: zywang@cad.zju.edu.cn

粒多次散射的物理模型, 绘制了更为真实的天空场景.

以上工作主要基于 Rayleigh 散射理论. 实际上对于大气中的大颗粒如尘埃、气溶胶、水滴等的散射不能用 Rayleigh 散射来解释. 由大颗粒散射引起的大气现象如光晕、宝光等一般用 Mie 散射理论解释. Water^[1] 等绘制了比较真实的彩虹场景. Gonzato 等基于大气中冰晶的散射原理, 对太阳及月球周围的光晕进行了模拟^[12]. 然而, 到目前为止, 宝光现象的真实感模拟方面的工作还不多见. Gedzelman^[13] 模拟了云中的宝光现象. 文中, 作者指出了水滴大小与宝光环半径的关系. Laven^[14] 提出了一种基于 Mie 散射理论计算彩虹、华及宝光光强分布的方法.

对于宝光现象的绘制, Riley^[15] 等提出了一个大气光学现象如彩虹、光晕等的绘制框架. 但是, 所有这些模拟方法均没有考虑到大气层的衰减作用, 或者他们计算中有一些假设, 比如假定云雾中水滴都是均匀大小的. 并且, 他们均没有模拟宝光中的摄身光影现象.

综上所述, 我们认识到要真实感地模拟宝光现象, 必须基于其物理原理. 对于摄身光影的模拟, 我们应该采用新的阴影模型. 为了模拟的真实性, 大气层的衰减以及一些物理参数如太阳高度角、水滴的尺寸及分布等必须考虑到.

2 宝光环的建模

宝光环是宝光场景的重要组成部分. 这一节中, 我们将提出水滴的后向散射模型, 讨论大气的组成成分, 并计算宝光环的光谱分布.

2.1 后向散射模型

Mie 理论可以精确地计算大气中水滴及其他颗粒在太阳照射下的散射强度分布. 对于距离坐标原点单位长度处的一点 $P(\theta, \varphi)$, 其散射强度可以表示为

$$I_s(\lambda, \theta) = I_0(\lambda)k(\theta, \varphi), \quad (1)$$

其中, $I_0(\lambda)$ 是入射光的光谱分布, $k(\theta, \varphi)$ 是相位函数, 其表达式为

$$k(\theta, \varphi) = \frac{1}{2k^2} (|S_1(\theta)|^2 + |S_2(\theta)|^2), \quad (2)$$

这里, $k=2\pi/\lambda$, λ 是入射光的波长, $S_1(\theta)$ 和 $S_2(\theta)$ 的计算方法可以参考文献[16].

$$S_1(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n \pi_n(\cos\theta) + b_n \tau_n(\cos\theta)],$$

$$S_2(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n \tau_n(\cos\theta) + b_n \pi_n(\cos\theta)], \quad (3)$$

其中, $\pi_n(\cos\theta)$ 和 $\tau_n(\cos\theta)$ 是 Legendre 函数. 它们和一阶形式 $P_n^1(\cos\theta)$ 的关系如下:

$$\pi_n(\cos\theta) = \frac{P_n^1(\cos\theta)}{\sin\theta}, \quad (4)$$

$$\tau_n(\cos\theta) = \frac{d}{d\theta} P_n^1(\cos\theta).$$

根据方程(1), (2)和(3), 任意方向处的散射强度可以表示为

$$I(\lambda, \theta) = I_0(\lambda) \frac{(|S_1(\theta)|^2 + |S_2(\theta)|^2)}{2k^2}. \quad (5)$$

根据宝光的 Van de Hulst 理论^[9], 宝光主要是由于云雾中水滴的后向散射产生的.

如图1所示, 日光在 A 处掠射, 折入水滴, 然后在 B 处内反射. 在 C 处, 一部分折射光返回大气, 另外又激发出水滴表面波, 这种表面波行进到 D 处, 发生了“次级散射后向电磁波”, 即后向散射, 以与入射光的相反方向传播. 不同波长的入射光具有不同的折射率, 因此它们的出射方向也会略有不同.

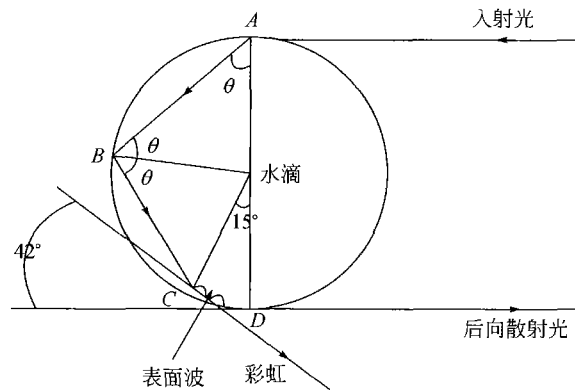


图1 单个水滴的后向散射机制示意图

在这种条件下，振幅函数 $S_1(\theta)$ 和 $S_2(\theta)$ 有如下形式：

$$S_1(180^\circ) = -S_2(180^\circ) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} (2n+1) (-1)^n (b_n - a_n). \quad (6)$$

我们定义

$$\begin{aligned} c_1 &= \sum_n (2n+1) (-1)^n b_n, \\ c_2 &= \sum_n (2n+1) (-1)^{n-1} a_n. \end{aligned} \quad (7)$$

对于一很小的偏转角 γ ，这两个振幅函数可以表示为

$$\begin{aligned} S_1(180^\circ - \gamma) &= \frac{1}{2} c_2 \{J_0(u) + J_2(u)\} + \frac{1}{2} c_1 \{J_0(u) - J_2(u)\}, \\ S_2(180^\circ - \gamma) &= \frac{1}{2} c_1 \{J_0(u) + J_2(u)\} + \frac{1}{2} c_2 \{J_0(u) - J_2(u)\}, \end{aligned} \quad (8)$$

这里 $u = m\gamma$ ， m 是水滴的折射率，它是波长、温度、水气压等的函数。这样，单个水滴在后向的散射强度为

$$I(\lambda, 180^\circ - \gamma) = I_0(\lambda) \frac{[S_1(180^\circ - \gamma)]^2 + [S_2(180^\circ - \gamma)]^2}{2k^2}, \quad (9)$$

图2 是不同角度处的散射强度分布示意图。

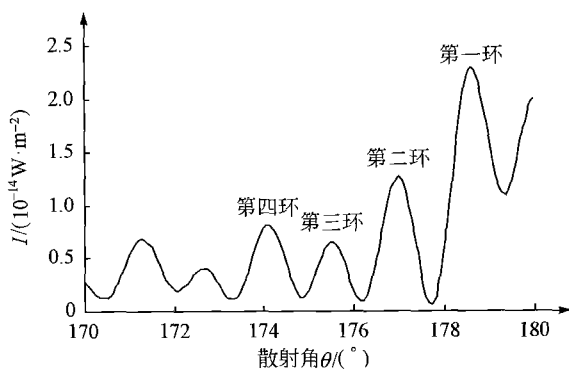


图2 单个水滴的后向散射强度分布示意图
($\lambda = 380 \text{ nm}$, $m = 1.3354$, $a = 10 \mu\text{m}$)

我们假定太阳光谱 $I_0(\lambda)$ 的分布等同于温度为 5700 K 的黑体产生辐射的光谱分布。

2.2 大气组成成分

大气主要有 3 种颗粒组成：大气分子、气溶胶及雾(云)中的水滴。每一种颗粒的高度分布范围见表 1^[9]。

在表 1 中， r_{\min} 和 r_{\max} 分别表示粒子的最小和最大半径。 H_{\min} 和 H_{\max} 分别表示该类型粒子距离海平面的最低最高高度。我们假定每一种粒子的密度 ρ 与海拔 h 呈指数关系，即

$$\rho = \exp\left(\frac{-h}{H_0}\right), \quad (10)$$

其中， H_0 是标高，对同一种粒子来说是常量。

表1 大气中不同种类颗粒的一些参数

类型	$r_{\min}/\mu\text{m}$	$r_{\max}/\mu\text{m}$	H_{\max}/km	H_{\min}/km
尘埃	0.05	2.0	5	0
烟粒子	0.02	1.8	5	0
黑炭	0.001	0.5	2	0
硫磺	0.007	0.7	10	0
海盐粒子	1.0	20.0	2	0
雾中水滴	0.1	80	0.8	0
云中水滴	0.5	100	2.0	1.0

2.3 宝光环光谱强度的计算

宝光环实际上是由具有不同半径的大量水滴的后向散射引起的。为了模拟的准确性，我们把具有不同大小的粒子的集合作为一散射体，而不是考虑单个粒子的散射。假设大气中充满单位球，每一个单位球内含有大小及分布各不相同的颗粒。我们称这样的单位球为粒子球（见图 3）。

粒子球中雾(云)中水滴的分布函数为

$$n(r) = \frac{N}{\Gamma(\alpha)} \left(\frac{r}{r_c}\right)^{\alpha-1} \exp(-r/r_c), \quad (11)$$

其中， N 是粒子球中水滴的总个数， r_c 是每一种粒子的平均半径， α 是分布的方差， Γ 为伽马函数。这样，雾(云)中水滴的后向散射强度只需按其分布做积分，即

$$I_{\text{back-scattering}} = \frac{2\pi I_0}{3k^2} \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} ((S_1(180^\circ - \gamma))^2 +$$

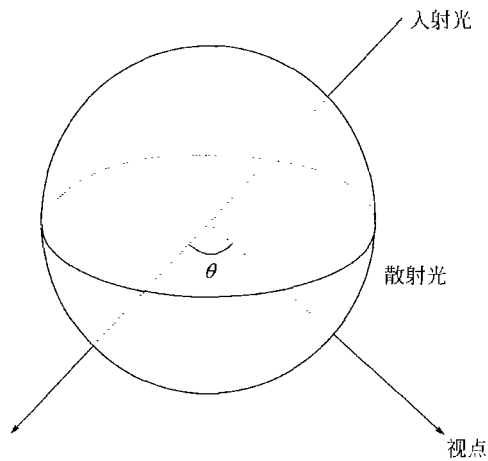


图3 粒子球的散射示意图

$$(S_2(180^\circ - \gamma))^2 n(r) dr, \quad (12)$$

其中, $k=2\pi/\lambda$, r_{\min} 和 r_{\max} 是粒子球中水滴的最小及最大半径. 举例说明, 假设 $r_{\min}=0.1 \mu\text{m}$ 并且 $r_{\max}=200 \mu\text{m}$, 我们可以计算出粒子球后向散射的光强分布(见图4).

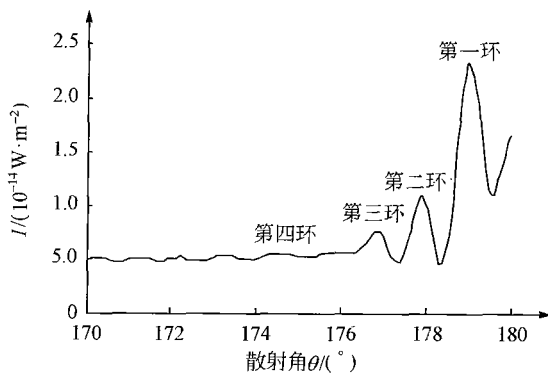


图4 粒子球在不同散射角处的散射强度分布

($\lambda=380 \text{ nm}$, $r_{\min}=0.1 \mu\text{m}$, $r_{\max}=200 \mu\text{m}$)

当粒子的尺寸参数 $x=2\pi a/\lambda$ 的取值介于 10 与 300 之间时, 其后向散射最为明显, 此时宝光环最鲜艳^[14]. 当粒子的半径小于 $1 \mu\text{m}$ 时, 后向散射的强度会减弱, 直至最后消失. 宝光环的半径大小与粒子的尺寸成反比^[13], 即: $\Delta r \propto \frac{1}{x}$. 这样, 大多数的气溶胶粒子不会产生宝光, 几乎所有雾(云)中的水滴均可能产生. 随着粒子半径的增大, 宝光环会变的越来越小, 颜色也越来越暗淡.

2.4 大气的衰减作用

当太阳光进入大气层后, 由于大气中离子的散射和吸收作用, 光强会被衰减. 空气分子引起的散射, 一般根据 Rayleigh 散射理论计算^[10]. 气溶胶及其他大颗粒引起的散射一般根据 Mie 散射理论计算. 粒子球中气溶胶颗粒的半径分布为

$$n(r) = \sum_i \frac{N_i}{\sqrt{2\pi \ln(\sigma_i)} r} \exp\left(-\frac{\ln(r/r_{0,i})^2}{2\ln(\sigma_i)^2}\right), \quad (13)$$

其中 N_i 是第 i 种颗粒的总数目, $r_{0,i}$ 是第 i 种颗粒的平均半径. 所以, 气溶胶颗粒的散射强度表示为:

$$I_{\text{aerosol-scattering}} = \frac{2\pi I_0}{3k^2} \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} ((S_1(r))^2 + (S_2(r))^2) n(r) dr. \quad (14)$$

$S_1(r)$ 和 $S_2(r)$ 的计算已在公式(2)中给出. 由空气分子引起的散射表示为

$$I_{\text{Rayleigh-scattering}} = I_0 \frac{6\pi^5}{\lambda^4 N_a} \left(\frac{m^2-1}{m^2+2}\right)^2 (1 + \cos^2 \theta), \quad (15)$$

其中 N_a 是粒子球中大气分子的总个数, m 是大气分子的折射率. 这样粒子球的总散射强度可以表示为

$$I_{\text{total}} = I_{\text{Rayleigh-scattering}} + I_{\text{aerosol-scattering}} + I_{\text{back-scattering}}. \quad (16)$$

假设光线前进了 l 距离, 路径上的平均衰减系数为 γ , 那么到达观察者的实际光强为

$$I' = I_{\text{total}} \exp(-\gamma l). \quad (17)$$

为了模拟光线穿越大气到达观察者的衰减效果, 我们采用了路径散射积分的方法^[10].

3 宝光中摄身光影的建模

宝光中神秘的看似发生极大变形的“佛”的影子实际上是观察者自身的影子. 由于云雾中水滴复杂的多次反射及散射, 我们很难精确地确定模糊的摄

身光影的形状. 为了简化计算, 我们作了如下假设: (1) 太阳是一面光源, 这样可以方便地计算本影和半影区域; (2) 雾(云)中水滴是不均匀分布的, 成像面为曲面而不是平面; (3) 太阳的高度角不同时, 投影平面也不尽相同.

依据上述假设, 我们确定摄身光影的步骤如下: 首先把观察者投影到成像面上, 根据太阳的高度角确定出本影和半影区域; 根据当时天空光的分布, 计算本影和半影的光强度. 对于不同的太阳高度角, 我们采用不同的投影面产生光影的扭曲效果. 最后, 考虑到大气的衰减交应, 我们可以得到模糊的摄身光影效果.

4 绘制及结果讨论

整个绘制过程分三步. 首先, 我们计算得到宝光环及摄身光影的光强分布, 然后根据路径散射计算大气的衰减效应^[10], 最后将光强转换为 RGB 显示. 下面将介绍颜色转化的方法.

4.1 颜色转化

宝光环的颜色转化分为两个步骤. 首先, 我们根据 CIE 颜色系统确定三刺激值, 将光谱分布转化到 XYZ 颜色坐标系:

$$\begin{aligned}
 X &= \int_{380 \text{ nm}}^{780 \text{ nm}} x(\lambda) I(\lambda) d\lambda \approx \sum_{i=0}^n x(\lambda_i) I(\lambda_i), \\
 Y &= \int_{380 \text{ nm}}^{780 \text{ nm}} y(\lambda) I(\lambda) d\lambda \approx \sum_{i=0}^n y(\lambda_i) I(\lambda_i), \\
 Z &= \int_{380 \text{ nm}}^{780 \text{ nm}} z(\lambda) I(\lambda) d\lambda \approx \sum_{i=0}^n z(\lambda_i) I(\lambda_i), \quad (18)
 \end{aligned}$$

其中, n 是采样的波长的数目; $x(\lambda)$, $y(\lambda)$ 和 $z(\lambda)$ 是 CIE 颜色系统中的三刺激函数. 然后, 我们通过一线性系统把 XYZ 颜色坐标系转换到 RGB 颜色坐标系.

4.2 绘制结果

根据上述模型, 我们在浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室配置为 Pentium IV/2.0G, 512MB 内存的微机上绘制了不同条件下的宝光场景. 图 5 是不同组成成分的水滴产生的宝光环的光谱分布示意图. 这里没有考虑到大气的衰减作用. 我们可以看到粒子球的方法更接近于现实. 实际上我们最多看到宝光的第四环. 图 6 是我们模拟的结果与实拍照

片的比较, 可以看出我们的模拟结果是比较令人满意的. 图 7—9 是环境参数变化时, 宝光环的强度分布及摄身光影变化的绘制效果图. 图 7 表示不同浓度的雾产生的宝光场景图. 从图中可以看出, 当雾的浓度变淡时, 宝光环的半径会变大, 颜色更为鲜艳. 图 8 是太阳高度角变化时的宝光场景图. 当环境其他参数不变时, 太阳高度角越大, 摄身光影的变形会越大. 图 9 是飞机上看到的投影面不同时的宝光场景图. 由于云(雾)中水滴的半径及分布不同, 可以看到宝光环在云雾交界处发生扭曲, 即宝光环的半径和亮度均不同.

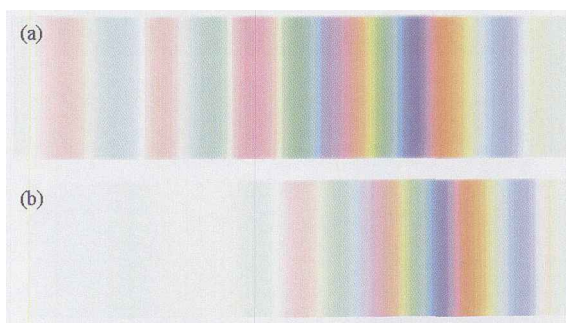


图 5 不同组成成分时宝光环的光谱分布

(a) 单个水滴的后向散射光谱分布; (b) 粒子球的后向散射光谱分布



图 6 模拟结果与实拍照片的比较

(a) 实拍的宝光照片; (b) 我们的模拟结果

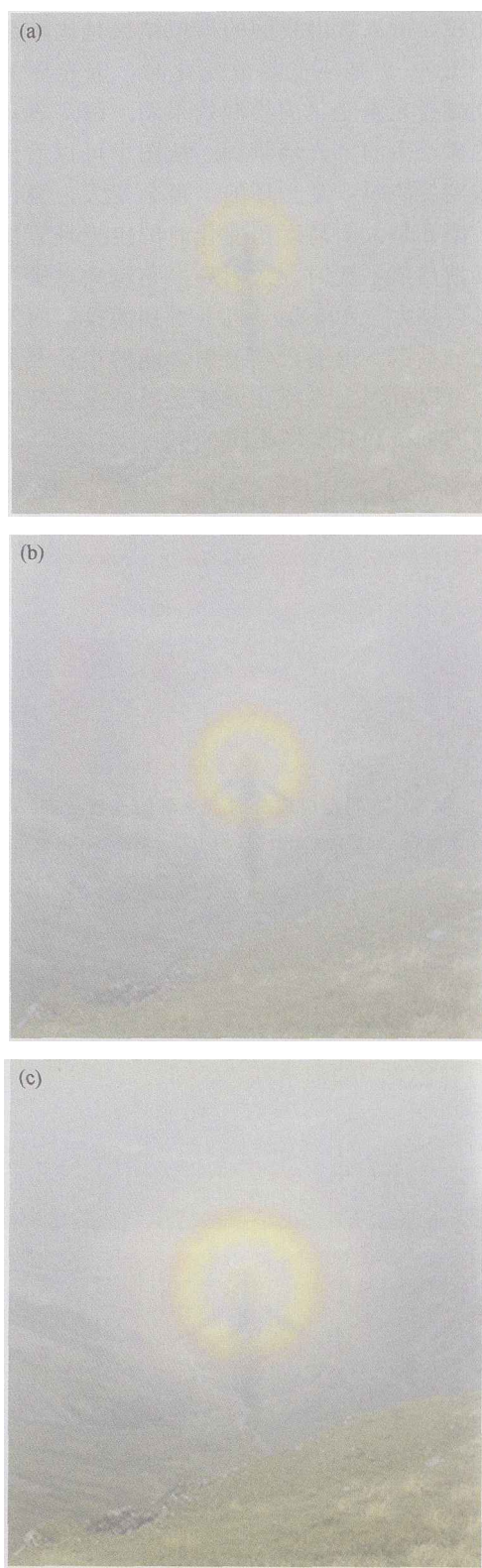


图7 不同浓度雾中的宝光场景图
 (a) 浓雾时的宝光场景图; (b) 中雾时的宝光场景图;
 (c) 薄雾时的宝光场景图

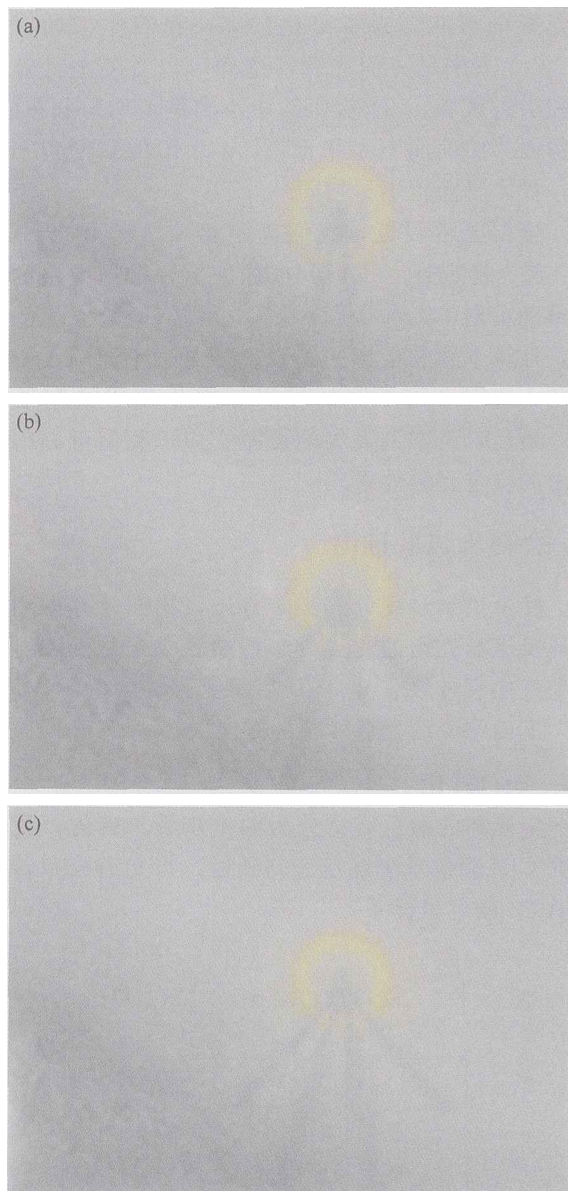


图8 不同太阳高度角时的宝光场景图
 (a) 3:00 P. M. 时的宝光场景图; (b) 4:00 P. M. 时的宝光场景图;
 (c) 5:00 P. M. 时的宝光场景图

5 结论及将来工作展望

本文提出了一种模拟“峨眉宝光”这一神秘而又瑰丽的自然现象的新方法. 我们基于大气光学中的 Mie 散射理论对宝光环的光谱分布进行建模. 我们的方法可以很方便的交互, 通过调整参数可以获得不同太阳高度角、不同水滴密度、不同水滴分布时的宝光场景图.

参 考 文 献

- 1 Jackél D, Walter B. Modeling and rendering of the atmosphere using Mie-scattering. *Computer Graphics Forum*, 1997, 16(4): 201—210
- 2 Brewer C. How to render a real rainbow. *NVIDIA Technical Report*. March 12, 2004
- 3 Dobashi Y, Yamamoto T, Nishita T. Efficient rendering of lightning taking into account scattering effects due to clouds and atmospheric particles. In: *Proceedings of Pacific Graphics 2001*. Tokyo, Japan, October 16—18, 2001, 390—399
- 4 Kim T, Lin M C. Physically based animation and rendering of lightning. In: *Proceedings of Pacific Graphics 2004*, Seoul, Korea, October 6—8, 2004, 267—275
- 5 Kakimoto M, Matsuoka K, Nishita T, et al. Glare generation based on wave optics. In: *Proceedings of Pacific Graphics 2004*, Seoul, Korea. October 6—8, 2004, 133—142
- 6 Lintu A, Haber J, Magnor M. Realistic solar disc rendering. In: *Proceedings of WSCG'05*, Plzen Bory, Czech Republic, January 31-February 4, 2005, 79—86
- 7 Hong S M, Baranoski G. A study on atmospheric halo visualization, Technical Report CS-2003-26, School of Computer Science, University of Waterloo, Waterloo, Canada, September, 2003
- 8 Gutierrez D, Seron F J, Muñoz A, et al. Rendering ghost ships and other phenomena in arctic atmospheres. In: *Proceedings of WSCG'05*, Plzen Bory, Czech Republic, January 31-February 4, January 2005, 73-76
- 9 Greenler R. *Rainbows, Halos, Glories*. Cambridge: Cambridge University Press, 1980
- 10 Nishita T, Sirai T, Tadamura K, et al. Display of the earth taking into account atmospheric scattering. In: *Proceedings of SIGGRAPH 1993*, Anaheim, California, July 31-August 6, 1993, 175—182
- 11 Nishita T, Dobashi Y, Kaneda K, et al. Display method of the sky color taking into account multiple scattering. In: *Proceedings of Pacific Graphics 1996*, Taipei, Taiwan, August 1996, 117—132
- 12 Gonzato J C, Marchand S. Efficient simulation of halos for computer graphics. In: *Proceedings of European Congress of Stereology and Image Analysis 2001*, Bordeaux, France, September 2001, 1—6
- 13 Gedzelman S D. Simulating glories and cloudbows in color. *Applied Optics*, 2003, 42(3): 429—435
- 14 Laven P. Simulation of rainbows, coronas, and glories by use of Mie theory. *Applied Optics*, 2003, 42(3): 436—444
- 15 Riley K, Ebert D, Kraus M, et al. Efficient rendering of atmospheric phenomena. In: *Proceedings of Eurographics Symposium on Rendering 2004*, Norrköping, Sweden, 21—23 June, 2004, 375—386
- 16 Adam J A. *Mathematical physics of rainbows and glories*. *Physics Reports*, 2002, 356: 229—365

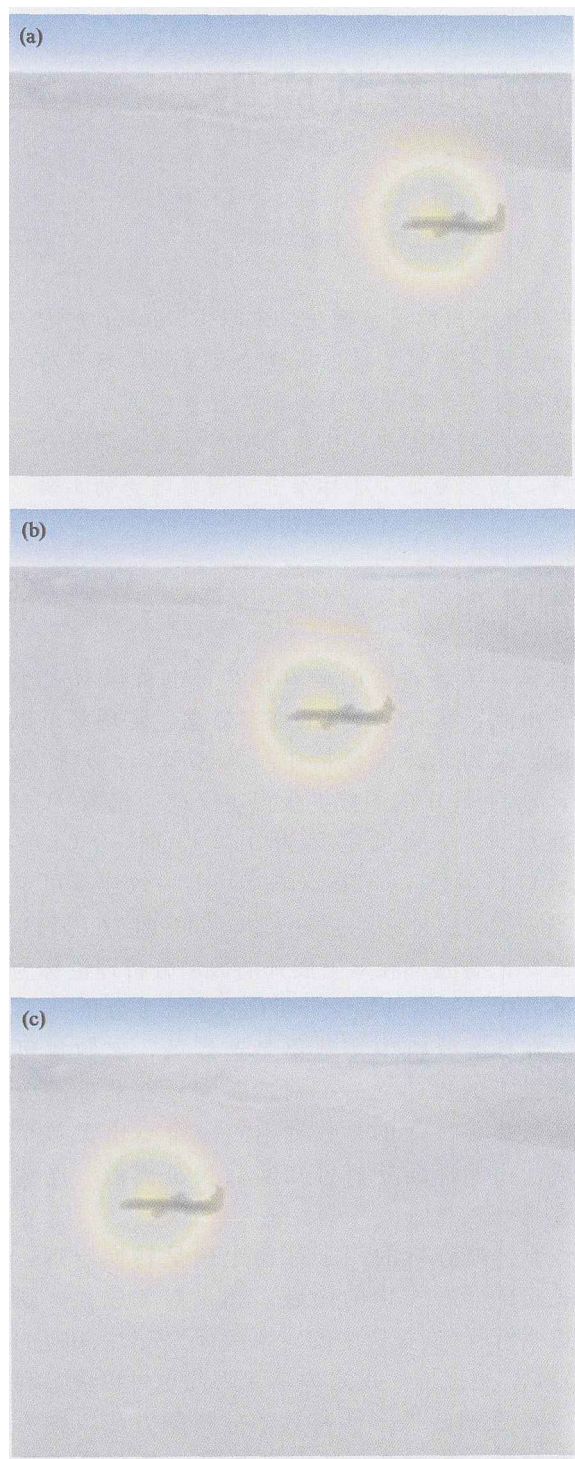


图9 飞机上看到的穿越云雾边界的宝光场景图
 (a) 宝光环大部分在云中；(b) 宝光环小部分在云中；
 (c) 宝光环大部分在雾中

在将来工作中，我们打算进一步改进摄身光影模型及借助于图形硬件技术提高算法效率等。